نام درس: هندسه	جمهوری اسلامی ایران	نام و نام خانوادگی:
نام دبیر:آصفی	اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران	مقطع و رشته:یازدهم ریاضی
تاریخ‌امتحان:........./........../......۱۳	اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران	شماره داوطلب:
ساعت امتحان:..............صبح/ عصر	دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه	تعداد صفحه سؤال:
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		

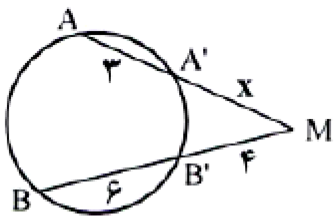
ردیف	« سؤالات »	نمره

۱ واژه های زیر را تعریف کنید:

چند ضلعی محیطی

چند ضلعی محاطی

۲ در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.

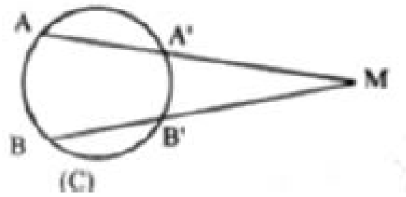


۳ قضیه :ثابت کنید اندازهٔ زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازهٔ دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.

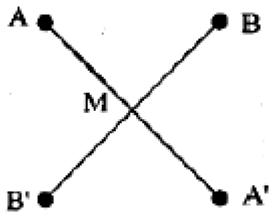
۴ دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. مقدار x را را چنان بیابید که اندازهٔ مماس مشترک خارجی آنها برابر ۳x+۱ باشد.

۵ ثابت کنید اگر امتداد وترهای AA′ و BB′ از دایرهٔ (C) یکدیگر را در نقطه ی M قطع کنند داریم:

$MA \times MA' = MB \times MB'$



۶ عکس قضیه :ثابت کنید اگر دو پاره خط AA′ BB′ در نقطه ی M یکدیگر را طوری قطع کنند که MA × MA′ = MB × MB ، آنگاه چهار نقطه ی A, A′,B, B′ روی یک دایره اند.



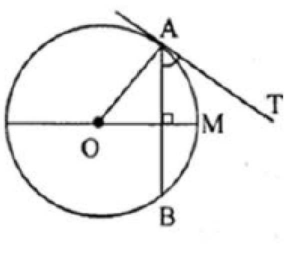
۷ دایره ی C(O,۵) و نقطه ی M به فاصله ی $۵\sqrt{۲}$ از مرکز دایره ی C داده شده است.MT و MT′ در نقاط T وT′ بر این دایره مماسند.

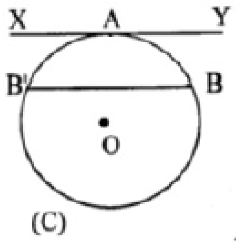
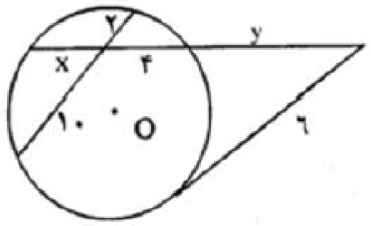
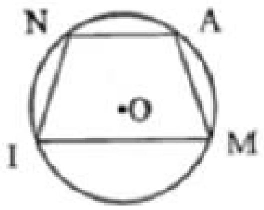
الف- طول مماس های MT و MT′ را به دست آورید.

ب- نوع چهارضلعی OTMT′ را با ذکر دلیل مشخص کنید.

۸ زاویهٔ ظلی ***TAB در دایره ای به مرکز O داده شده است :***

با استفاده از ویژگی قطر عمود بر وتر، ثابت کنید که $T\hat{A}B = \frac{\widehat{AB}}{۲}$



۹	قضیه :ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطهٔ تماس، واسطهٔ هندسی بین دو قطعه قاطع است.	
۱۰	خط xy در نقطه ی A بر دایره ی (C) مماس است.وتر BB′ از دایره را موازی xy رسم کرده ایم. ثابت کنید : $\widehat{AB} = \widehat{AB'}$  	
۱۱	در شکل زیر مقادیر x و y را بدست آورید.  	
۱۲	در دایره ی (O) چهارضلعی AMIN محاط شده است و داریم : NI = AM نشان دهید : AN || MI  	
	موفق باشید آصفی	

پاسخ نامه سوالات	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه سرای دانش	نام درس: هندسه نام دبیر:آصفی تاریخ امتحان:........../........../......۱۳ ساعت امتحان:...............صبح / عصر مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ هرگاه همهٔ ضلع های یک چندضلعی بر یک دایره مماس باشند، چندضلعی را محیطی می نامند. (۰/۵)

اگر همهٔ رأس‌های یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن چند ضلعی محاطی نامیده می‌شود. (۰/۲۵)

۲ $x(x+۳) = ۴ \times ۱۰$ (۰/۵) $\Rightarrow x^۲ + ۳x - ۴۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵ & \text{(ق ق)} \quad (۰/۲۵) \\ x = -۸ & \text{(غ ق ق)} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$

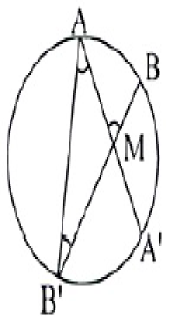
۳ وترهای AA' و BB' از دایرهٔ C در نقطهٔ M یکدیگر را قطع کرده اند. پاره‌خط AB' را رسم می کنیم. زاویه های $AB'B$ و $A'AB'$ محاطی هستند. (۰/۲۵)

$$\begin{cases} \widehat{AB'B} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{۲} \\ \widehat{A'AB'} = \dfrac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲} \end{cases}$$

$\widehat{AMB} = \widehat{AB'B} + \widehat{A'AB'}$ (زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\Delta}{AMB'}$) (۰/۲۵)

رسم شکل (۰/۲۵)

$\Rightarrow \widehat{AMB} = \dfrac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{A'B'}}{۲}$ (۰/۲۵)



۴ $\begin{matrix} R = ۴ \\ R' = ۱ \end{matrix} \Rightarrow d = ۵$ (۰/۲۵) $\quad TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲}$ (۰/۲۵)

$$۳x + ۱ = \sqrt{۵^۲ - (۴ - ۱)^۲}$$

$۳x + ۱ = \sqrt{۲۵ - ۹} = \sqrt{۱۶} = ۴$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow x = ۱$ (۰/۲۵)

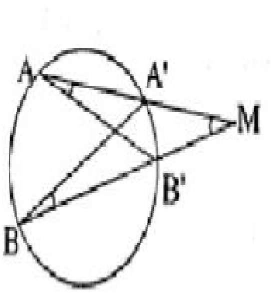
۵

ابتدا A را به B و B را به A' وصل می‌کنیم. دو مثلث $A'MB, AMB'$ متشابه‌اند، (۰/۲۵) زیرا:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{۲} \ \text{زاویه محاطی} \ (۰/۵) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \ (۰/۲۵) \Rightarrow \\ \hat{M} \ \text{مشترک} \end{cases}$$

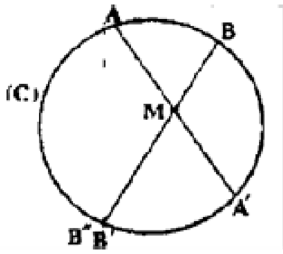
$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

رسم شکل (۰/۲۵)



۶

بر سه نقطهٔ A، B و A' یک دایره می گذرانیم (دایرهٔ C) اگر این دایره از نقطهٔ B' بگذرد، حکم ثابت است (۰/۲۵). اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطهٔ دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: $MA \times MA' = MB \times MB''$ (۰/۲۵) از مقایسهٔ این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می شود $MB' = MB''$ (۰/۲۵) و این نشان می دهد که B'' بر B' منطبق است (۰/۲۵) ؛ یعنی دایره ای که بر سه نقطهٔ B ز



می گذرد. پس چهار نقطهٔ B، A'، A و B' روی یک دایره واقع هستند.

رسم شکل (۰/۲۵)

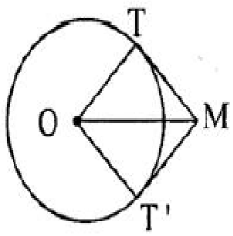
۷

الف

$$\overset{\Delta}{OTM} : OT \perp MT \Rightarrow O\hat{T}M = ۹۰^\circ \ (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow MT = \sqrt{OM^۲ - OT^۲} = \sqrt{۵۰ - ۲۵} = ۵ \ (۰/۲۵) \Rightarrow MT = MT' = ۵ \ (۰/۲۵)$$

رسم شکل (۰/۲۵)



ب

$$\left.\begin{matrix} MT = MT' = OT = OT' = ۵ \\ \hat{T} = ۹۰^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow OTMT'$$

مربع است (۰/۲۵)

۸

زاویهٔ ظلی $B\hat{A}T$ را در دایره ای به مرکز O در نظر می‌گیریم. شعاع OA از این دایره را رسم می‌کنیم. می‌دانیم شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است. پس

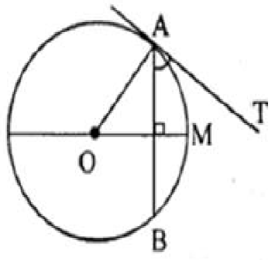
(۰/۲۵) $O\hat{A}B + B\hat{A}T = 90^\circ$ (۱)

قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

پس $\widehat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵) و اندازهٔ زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}M = \widehat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵)(۲)

از طرفی (۳) (۰/۲۵) $O\hat{A}B + A\hat{O}M = 90^\circ$

از رابطهٔ (۱) و (۳) نتیجه می‌شود $B\hat{A}T + A\hat{O}M$ (۰/۲۵) با توجه به (۲) نتیجه می‌شود $B\hat{A}T = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵)



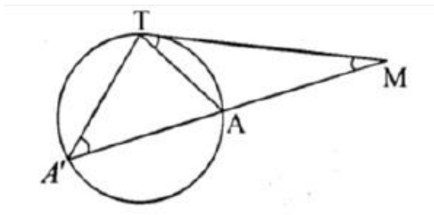
۹

برهان: دایرهٔ C و نقطهٔ M را خارج آن در نظر می‌گیریم. مماس MT و قاطع MAA' را نسبت به این دایره رسم می‌کنیم. از T به A و A' وصل می‌کنیم.

دو مثلث $\overset{\triangle}{MAT}$ و $\overset{\triangle}{MA'T}$ متشابه‌اند زیرا:

$$\left.\begin{array}{l} A\hat{T}M = A\hat{A'}T = \frac{\widehat{AT}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{array}\right\} \text{(۰/۵)} \Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA'}{MT} \quad \text{(۰/۲۵)}$$

$\Rightarrow MT^2 = MA.MA'$ (۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۲۵)

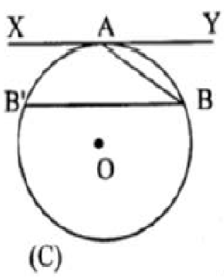
۱۰

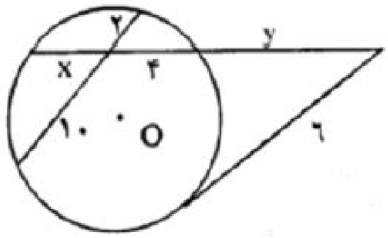
A را به B وصل می‌کنیم. زاویهٔ BAY ظلی و زاویهٔ ABB' محاطی هستند. بنابراین:

$A\hat{B}B' = \frac{\widehat{AB'}}{2}$ (۰/۲۵)، $B\hat{A}Y = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵)

با توجه به فرض $BB' \parallel XY$ و AB مورب، پس

$A\hat{B}B' = B\hat{A}Y$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AB'}$ (۰/۲۵)



۱۱	$۴ \times x = ۲ \times ۱۰ (۰/۲۵) \Rightarrow x = ۵ \quad (۰/۲۵)$ $۶^۲ = y(y+۹)\ (۰/۲۵) \Rightarrow y^۲ + ۹y - ۳۶ = ۰ \Rightarrow y = ۳\ (۰/۲۵)$  	
۱۲	از A به I وصل می‌کنیم (۰/۲۵) با توجه به رابطهٔ $AM = NI$ نتیجه می‌گیریم $(۰/۲۵) \widehat{AM} = \widehat{NI}$. داریم: $\begin{cases} \hat{A}_۱ = \frac{\widehat{NI}}{۲} \\ \hat{I}_۱ = \frac{\widehat{AM}}{۲} \end{cases}$ زاویه محاطی (۰/۵) $\rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{I}_۱\ (۰/۲۵)$ طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $AM \parallel NI$ (۰/۲۵)